

SiCP2

Documentation et théorie

Auteur :
Stephan RUNIGO

1^{er} octobre 2020

Résumé

Objet : Ce document accompagne le programme SiCP2.

Contenu : Il contient un manuel d'installation et d'utilisation ainsi qu'un certain nombre de développements théoriques.

Public concerné : Les enseignants, les étudiants et les passionnés de physique et d'informatique.

SiCP2 est un simulateur numérique d'équations physiques offrant une représentation graphique et une interaction dynamique avec les paramètres physiques. Destinés à un usage ludique et pédagogique, il permet de visualiser le comportement des systèmes physiques simulés. Cette documentation accompagne ce programme.

Les deux premiers chapitres présentent SiCP2, présente les procédures d'installation et précisent les commandes permettant l'interaction avec le programme.

Les deux chapitres suivants fournissent un certain nombre de développements théoriques liés au phénomènes physiques et à la numérisation des équations.

Enfin, le dernier chapitre rassemble les informations liées à la structure du code source.

Table des matières

1	Présentation, installation	1
1.1	SiCP2, chaîne de pendules couplés	1
1.2	Installation de SiCP2	1
1.2.1	Exécutables pour Windows	1
1.2.1.1	Version portable	1
1.2.1.2	Installation automatique	2
1.2.2	Compilation du code source	2
2	Utilisation des simulateurs	4
2.1	Commandes de la souris	4
2.1.1	Panneau de droite	4
2.1.2	Panneau du bas	5
2.1.3	Panneau central	5
2.2	Commandes du clavier	5
2.2.1	Enregistrement et réinitialisation des situations	5
2.2.2	Modification des paramètres (Tableaux synthétiques)	5
2.2.3	Modification des paramètres (Détails)	6
2.2.3.1	Paramètres des pendules	6
2.2.3.2	Forme de la dissipation	6
2.2.3.3	Conditions aux limites	7
2.2.3.4	Moteur premier pendule	7
2.2.3.5	Moteur Josephson	7
2.2.3.6	Contrôle de la simulation	7
2.2.3.7	Information	7
2.3	Options de la ligne de commande	7
2.3.1	Options de la ligne de commande	7
2.3.2	Résumé des options	8
3	Modèle physique	9
3.1	La chaîne de pendule	9
3.1.1	Le pendule pesant	9
3.1.2	Les pendules couplés	9
3.1.3	La chaîne de pendule	9
3.1.4	L'équation de la chaîne de pendule	10
3.1.5	Expressions des forces et des énergies associées	10
3.1.6	Résumé des forces et des énergies	11
3.2	L'équation de Sine-Gordon	11
3.2.1	L'équation de Sine-Gordon	11
3.2.2	Les solitons, solutions de l'équation de Sine-Gordon	12
3.2.3	Phénomènes physiques associés aux solitons	12

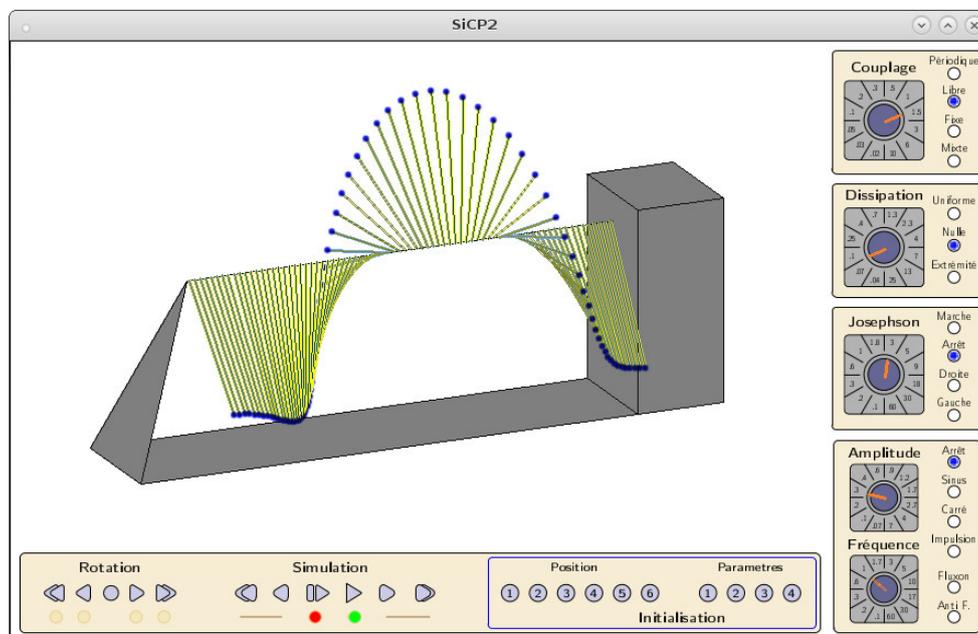
4	Mathématique et numérique	13
4.1	Discrétisation des équations différentielles	13
4.1.1	Discrétisation des dérivées	13
4.1.1.1	Dérivé symétrisée	13
4.1.2	Discrétisation de la relation fondamentale de la dynamique	13
4.1.3	Variabiles réduites	14
4.1.4	Résumé des forces et des énergies	15
4.2	Perspective et repère SiCP	15
4.2.1	Coordonnées polaires	15
4.2.2	Mathématique	15
4.2.3	Classes	16
4.2.4	Projection	16
5	Développement	17
5.1	Langage et librairies	17
5.1.1	C et SDL2	17
5.2	Modèle Vue Controleur	17
5.2.1	Les répertoires du code source	17
5.2.2	Le modèle	17
5.2.3	La vue	17
5.2.4	Le controleur	17
5.3	Diagrammes	18
5.3.1	Inclusion des fichiers dans SiCP2	18
5.3.2	diagramme de classes de SiCP2	18
A	Première version des simulateurs	19
A.1	Historique	19
	Bibliographie	20

Chapitre 1

Présentation, installation

1.1 SiCP2, chaîne de pendules couplés

SiCP2 est un simulateur de chaîne de pendule. Un moteur sinusoïdale, carré, ou impulsionnel permet de créer une excitation de l'extrémité de la chaîne. Les conditions aux limites peuvent être périodiques, libres ou fixes. La dissipation peut être uniforme ou simuler une extrémité absorbante.



Le programme simule l'équation de sine-gordon. Le contrôle du courant josephson permet d'observer la dynamique des solitons.

1.2 Installation de SiCP2

1.2.1 Exécutables pour Windows

1.2.1.1 Version portable

Télécharger la version portable sur le site <https://cphysique.github.io/>

Vérifier le fichier

Ouvrir une invite de commande (cmd)

Se déplacer dans le dossier de téléchargement (`cd Downloads`)

Calculer la somme de contrôle (`certutil -hashfile SiCP2.4.4.zip SHA256`)

Vérifier la correspondance de la somme calculée avec la somme donnée sur le site.

Décompresser le fichier (par exemple avec 7-zip <https://www.7-zip.org/>)

Le répertoire obtenu contient le fichier exécutable et les fichiers nécessaires à l'exécution.

Il est alors possible de déplacer ce répertoire, de créer un lien vers l'exécutable et de changer l'icône du lien en utilisant l'image SiCP2.ico.

1.2.1.2 Installation automatique

Télécharger l'installateur sur le site <https://cphysique.github.io/>

Vérifier le fichier

Ouvrir une invite de commande (`cmd`)

Se déplacer dans le dossier de téléchargement (`cd Downloads`)

Calculer la somme de contrôle (`certutil -hashfile setupSiCP2.4.3.exe SHA256`)

Vérifier la correspondance de la somme calculée avec la somme donnée sur le site.

Exécuter l'installateur, cocher la case **ajouter un lien sur le bureau**

Il est possible de changer l'icône du lien en utilisant l'image SiCP2.ico contenu dans le répertoire d'installation (`C/Program Files/SiCP2`)

1.2.2 Compilation du code source

Cette section traite de l'installation sur un système d'exploitation linux de type debian. Le téléchargement se fait avec un navigateur internet, la compilation et l'exécution se font dans un terminal. L'installation des outils de compilation nécessite les privilèges du super-utilisateur.

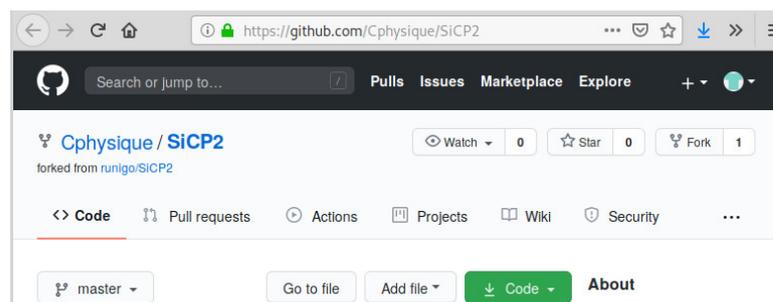
Installation des outils de compilation Avec les droits du super-utilisateur

```
apt-get install gcc make libsdl-dev
```

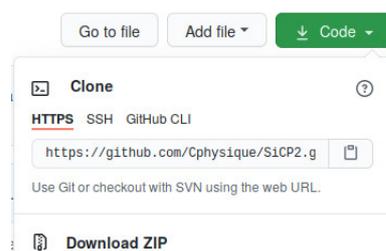
Pour les versions 2 des simulateurs, installer la librairie SDL2 :

```
apt-get install libsdl2-dev
```

Téléchargement des sources Le code source se trouve sur <https://github.com/Cphysique/SiCP2>



Le bouton vert de la page sur <https://github.com/Cphysique/SiCP2/> permet de télécharger le code source (Download ZIP).



Décompresser le fichier téléchargé

```
unzip SiCP2-master.zip
```

Compilation

La commande **make** dans le répertoire des sources produit un fichier exécutable : **SiCP2**

Exécution

En ligne de commande, avec d'éventuelles options

```
./SiCP2 [OPTION]
```

La fenêtre graphique donne une représentation de la simulation,

Le terminal affiche les informations.

Chapitre 2

Utilisation des simulateurs

Ce chapitre traite des interactions entre le programme et l'utilisateur.

2.1 Commandes de la souris

L'interface graphique de SiCP2 permet de modifier les paramètres à l'aide de la souris.

2.1.1 Panneau de droite

Ce panneau possède cinq boutons rotatifs et 17 boutons "radio". La rotation s'effectue en plaçant le pointeur de la souris sur l'un des boutons rotatif et en actionnant la molette. La sélection d'un bouton radio s'effectue en cliquant sur celui-ci.

Couplage : change le couplage élastique entre les pendules

Périodique : couple le premier pendule au dernier

Libre : libère le premier et le dernier pendule

Fixe : fixe le premier et le dernier pendule

Mixte : fixe le premier et libère le dernier pendule

Dissipation : change le frottement visqueux sur les pendules

Uniforme : installe un frottement visqueux uniforme

Nulle : annule le frottement visqueux

Extrémité : installe un frottement visqueux croissant sur les derniers pendules (1/6 de la chaîne)

Josephson : change l'amplitude du courant josephson

Marche : démarre le courant josephson

Arrêt : arrête le courant josephson

Droite / Gauche : change le sens du courant josephson

Amplitude : change l'amplitude du moteur périodique

Fréquence : change la fréquence du moteur périodique

Arrêt : arrête le moteur périodique

Sinus : démarre le moteur sinusoïdale

Carré : démarre le moteur carré

Impulsion : démarre le moteur sinusoïdale et l'arrête après une période

FLuxon : ajoute un déphasage de 2π au premier pendule. Le fluxon n'apparaît pas si les extrémités sont libres.

Anti. F : retranche un déphasage de 2π au premier pendule

2.1.2 Panneau du bas

La sélection d'un bouton radio s'effectue en cliquant sur celui-ci.

Rotation : démarre la rotation du point de vue

rotation vers la droite
arrête la rotation
rotation vers la gauche

Simulation : contrôle la rapidité de la simulation

ralentie la simulation
arrête / démarre la simulation
temps réel
accélère la simulation

Initialisation : Réinitialise le système

réinitialisation de la position des pendules
réinitialisation des paramètres et du nombre de pendules

2.1.3 Panneau central

Le panneau centrale montre la chaîne de pendule. Le point de vue se déplace en maintenant le clic de la souris et en déplaçant celle-ci. La molette permet de changer la distance entre le point de vue et la chaîne.

2.2 Commandes du clavier

Le clavier permet de modifier les paramètres physiques, d'enregistrer une configuration, de réinitialiser le système dans une configuration.

La fenêtre graphique doit être active, le terminal affiche les informations.

2.2.1 Enregistrement et réinitialisation des situations

Lorsque la touche **Maj** est enfoncée, l'appui sur une touche alphabétique ré-initialise le système dans la configuration correspondant à la touche.

Lorsque les touches **Ctrl** et **Maj** sont enfoncées, l'appui sur une touche alphabétique enregistre la configuration présente du système à la place de la configuration correspondant à la touche. La nouvelle configuration enregistrée peut alors ré-initialiser le système grâce à la touche **Maj**

Lorsque la touche **Ctrl** est enfoncée, l'appui sur une touche alphabétique ré-initialise le système dans la configuration d'origine de SiCP2 correspondant à la touche.

2.2.2 Modification des paramètres (Tableaux synthétiques)

A	Z	E	R	T	Y	U	I	O	P
Couplage	Masse	Dissip.	supprimD	Gravit.	Phi	Ampl.	impuls.	sinus	Fréquence
Q	S	D	F	G	H	J	K	L	M
moinsC	moinsM	plusD	formeD	moinsG	moins Φ	moinsA		carré	moinsF
W	X	C	V	B	N				
périodique	libres	fixe	ExtAbsD		fixLib				

Paramètres physiques

A	Z	E	R	T
Couplage	Masse	Dissip.	supprimD	Gravit.
Q	S	D	F	G
moinsC	moinsM	plusD	formeD	moinsG
		V		
		ExtAbsD		

Conditions aux limites

					Y		
					Phi		
					H		
					moinsΦ		
	W	X	C	V	B	N	
	périodique	libres	fixe			fixLib	

Moteur premier pendule

	U	I	O	P
	Ampl.	impuls.	sinus	Fréquence
	J	K	L	M
	moinsA		carré	moinsF

Les touches de fonctions donnent un certain nombre de contrôles et d'information :

F5 dresse un bilan énergétique. F8 permet de modifier le graphisme de SiCP. F9 et F12 modifient rapidement le rythme de la simulation, F10 et F11 la modifie modérément. La touche Entrée change le mode avec ou sans attente, en mode avec attente, l'appuie sur la barre d'espace permet l'évolution du système d'un pas (dépendant du rythme sélectionné).

F5	F8	F9	F10	F11	F12	Entrée
Énergie	Support (SiCP)	-Sim	-Sim	+Sim	+Sim	mode

2.2.3 Modification des paramètres (Détails)

2.2.3.1 Paramètres des pendules

Couplage : a, q : Augmente, diminue le couplage entre les pendules.

Masse : z, s : Augmente, diminue la masse des pendules.

Dissipation : e, d : Augmente, diminue les frottements visqueux.

Gravitation : t, g : Augmente, diminue l'accélération de la gravitation.

2.2.3.2 Forme de la dissipation

La touche V supprime les frottements sauf pour les derniers pour lesquels les frottements s'accroissent. Ceci permet d'obtenir une extrémité "absorbante", permettant la simulation d'une corde infinie.

Supprimer : e : Supprime les frottements visqueux.

Former : f : Active les frottements visqueux sur toute la chaîne.

Absorber : v : Active les frottements visqueux sur la fin de la chaîne, crée une extrémité absorbante.

2.2.3.3 Conditions aux limites

Périodique : w : Le dernier pendule est couplé au premier.

Libres : x : Les deux extrémités sont libres.

Fixes : c : Les deux extrémités sont fixes.

fixe-libre : n : Le premier pendule est fixe et le dernier pendule est libre.

2.2.3.4 Moteur premier pendule

Impulsion : i : Crée une impulsion.

Sinus : o : Active, désactive le moteur sinusoïdale.

Sinus : l : Active le moteur carré.

Amplitude : u, j : Augmente, diminue l'amplitude du moteur.

Fréquence : p, m : Augmente, diminue la fréquence du moteur.

2.2.3.5 Moteur Josephson

Activation : → : Crée, supprime un courant josephson.

Amplitude : ↑, ↓ : Augmente, diminue le courant.

Sens : ← : Inverse le sens du courant josephson.

2.2.3.6 Contrôle de la simulation

F9 et F12 modifient rapidement la vitesse de la simulation, F10 et F11 la modifient modérément. La touche Entrée change le mode avec ou sans attente, en mode avec attente, l'appuie sur la barre d'espace permet l'évolution du système.

Mode : Entrée : Change le mode de la simulation : évolution automatique ou pas à pas.

Pas : Espace : Évolution d'un pas.

Accélérer : 11 et F12 : Accélère la simulation.

Ralentir : F9 et F10 : Ralentit la simulation.

2.2.3.7 Information

Énergie : F5 : Information énergétique de la chaîne.

2.3 Options de la ligne de commande

2.3.1 Options de la ligne de commande

Lorsque le programme est démarré en ligne de commande, il est possible de passer un certain nombre d'options. Ces options sont communiquées au programme à l'aide du nom de l'option suivie d'un nombre. Par exemple pour démarrer SiCP2 avec un nombre de pendules égale à 50 :

```
./SiCP2 nombre 50
```

Pour démarrer SiCP en exploitant plusieurs options :

```
./SiCP2 support 0 modePause -1 dt 0.0027 nombre 400
```

2.3.2 Résumé des options

option	valeur	clavier	commande
soliton	(soliton > -99 & soliton < 99)	y,h	déphasage entre les extrémités
dt	(dt > 0.0 & dt < DT_MAX)		discrétisation du temps
frequence	()	p, m	fréquence du générateur
dissipation	()	e, d	dissipation
equation	(equation > 0 & equation < 5)	F1, F2, F3, F4	choix de l'équation
modePause	(modePause = 1 ou modePause = -1)		Mode évolution continue ou pas
duree	()	F9, F10, F11, F12	rythme de la simulation
nombre	(nombre > 0 & nombre < NOMBRE_MAX)		Nombre de pendules
aide	()		Affiche l'aide
help	()		Affiche l'aide

** Initialise le déphasage entre le dernier pendule et le premier pendule dans le cas des conditions aux limites périodique.*

Chapitre 3

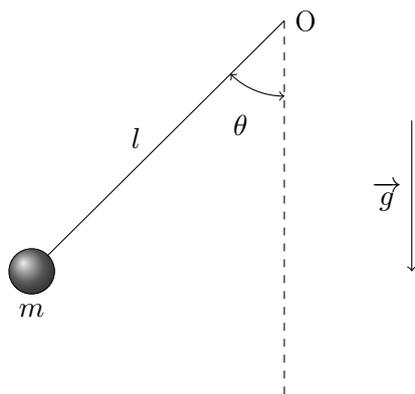
Modèle physique

Ce chapitre traite du modèle physique de la chaîne de pendules.

3.1 La chaîne de pendule

Sujet polytechnique [4] [5]

3.1.1 Le pendule pesant



Un pendule pesant est constitué par une masse m suspendue à un fil rigide de longueur l relié à un point O . Une liaison en ce point permet au pendule de tourner autour d'un axe fixe. L'angle entre le fil et la verticale est noté θ . La masse est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, à la réaction du fil \vec{R} et à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -\frac{\beta}{l}\vec{v}$. La relation fondamentale de la dynamique donne :

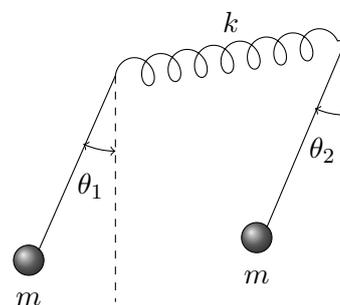
$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta - \beta \frac{d\theta}{dt}$$

3.1.2 Les pendules couplés

Deux pendules pesants sont reliés par un fil de torsion suivant leur axe fixe commun. La relation fondamentale de la dynamique donne alors :

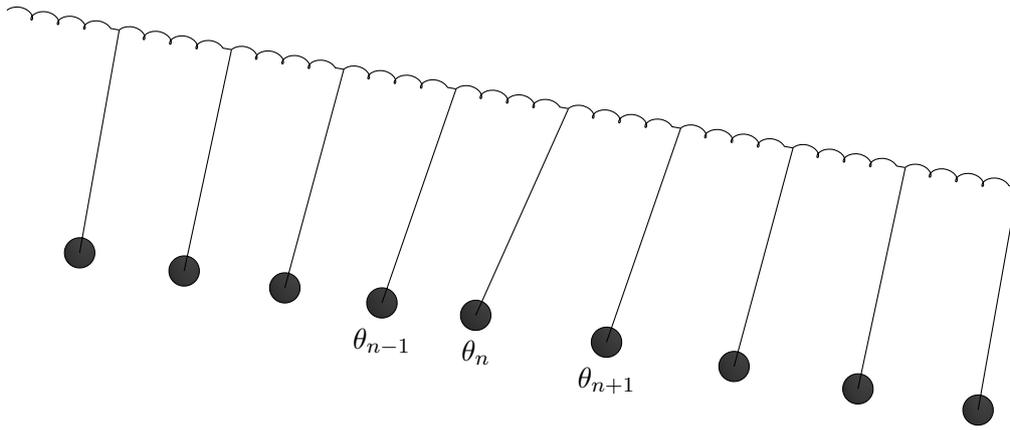
$$\begin{cases} ml \frac{d^2\theta_1}{dt^2} = -mg \sin \theta_1 - \beta \frac{d\theta_1}{dt} - kl(\theta_1 - \theta_2) \\ ml \frac{d^2\theta_2}{dt^2} = -mg \sin \theta_2 - \beta \frac{d\theta_2}{dt} - kl(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$$

dans le cas où les pendules sont identiques.



3.1.3 La chaîne de pendule

Une chaîne de pendule est constituée d'une série de pendules pesants. Chaque pendule étant couplé avec ses deux plus proches voisins à l'aide d'un fil de torsion.



3.1.4 L'équation de la chaîne de pendule

La chaîne de pendule est constituée d'une série de pendules pesants. Chaque pendule étant couplé avec ses deux plus proches voisins à l'aide d'un fil de torsion.[1]

$$\frac{d^2\theta_n}{dt^2} - c^2 \frac{\theta_{n+1} + \theta_{n-1} - 2\theta_n}{a^2} + \omega_0^2 \sin \theta_n = 0$$

$$\frac{k}{m} \quad \frac{\text{vitesse}^2}{\text{longueur}^2} \quad \text{T}^{-2} \quad \frac{k}{m} = \frac{c^2}{a^2}$$

$$\frac{g}{l} \quad \text{pulsation}^2 \quad \text{T}^{-2} \quad \frac{g}{l} = \omega_0^2$$

La relation fondamentale de la dynamique, donne, en prenant en compte les frottements visqueux :

$$ml \frac{d^2\theta_n}{dt^2} = -mg \sin \theta_n - kl\Delta\theta_n(t) - \beta \frac{d\theta_n}{dt}$$

soit

$$\frac{d^2\theta_n}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta_n - \frac{k}{m} \Delta\theta_n(t) - \frac{\beta}{ml} \frac{d\theta_n}{dt}$$

avec

abréviation	grandeur	dimension
θ_n	angle	radian
m	masse	M
g	pesanteur	LT ⁻²
k	raideur	MT ⁻²
l	longueur	L
β	frottement	ML ² T ⁻¹

3.1.5 Expressions des forces et des énergies associées

La force de rappel, s'exerçant sur la masse m, dû au fil de torsion ($C = kl^2$) entre les pendules est :

$$f_{torsion} = -kl\Delta\theta_n = -kl (2\theta_n - \theta_{n-1} - \theta_{n+1})$$

L'énergie potentielle entre les pendules n et n-1 est :

$$E_{couplage} = \frac{1}{2} kl^2(\theta_n - \theta_{n-1})^2$$

La force de rappel dû à la gravitation est :

$$f_{gravitation} = -mg \sin \theta_n$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la masse m est :

$$E_{pp} = mgl(1 - \cos \theta_n)$$

La linéarisation de cette dernière force donne lieu à une force de rappel harmonique :

$$f_{ressort} = -mg\theta_n$$

L'énergie potentielle correspondante est alors :

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgl\theta_n^2$$

Enfin, l'énergie cinétique découle du travail de

$$ml \frac{d^2\theta_n}{dt^2}$$

Et vaut

$$E_c = \frac{1}{2} ml \left(\frac{d\theta_n}{dt} \right)^2$$

La force de frottement visqueux est :

$$f_{frottement} = -\beta \frac{\theta_n(t) - \theta_n(t - dt)}{dt}$$

La présence de cette force implique une dissipation de l'énergie. En l'absence de cette force, on doit observer une conservation de l'énergie totale.

À ces forces il faut ajouter le courant josephson, correspondant à une constante additive dans la relation fondamentale de la dynamique ainsi que la force s'exerçant sur le premier pendule lors de l'excitation de la chaîne.

3.1.6 Résumé des forces et des énergies

	force	énergie
torsion	- k l $\Delta\theta_n$	$\frac{1}{2} k l^2 (\theta_n - \theta_{n-1})^2$
gravitation	- m g sin θ_n	m g l (1 - cos θ_n)
harmonique	- m g θ_n	$\frac{1}{2} m g l \theta_n^2$
inertie	m l $\frac{d^2\theta_n}{dt^2}$	$\frac{1}{2} m l^2 \left(\frac{d\theta_n}{dt} \right)^2$
courant	josephson	

3.2 L'équation de Sine-Gordon

Cette section traite de l'équation de sine-gordon et de ses solutions

3.2.1 L'équation de Sine-Gordon

C'est une équation différentielle du second ordre, non linéaire, à deux variables [2].

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

3.2.2 Les solitons, solutions de l'équation de Sine-Gordon

Une solution de l'équation de Sine-Gordon, appelée soliton, est

$$\theta(x, t) = 4 \arctan \exp(\omega t - kx)$$

Elle correspond à une variation de 2π de la valeur de θ sur une distance de l'ordre de k^{-1} . Le soliton se déplace à la vitesse v .

3.2.3 Phénomènes physiques associés aux solitons

La **jonction josephson**. Constitué par une jonction isolante entre deux supraconducteur.

Chapitre 4

Mathématique et numérique

Ce chapitre traite des modèles mathématiques et numériques liés à SiCP2.

4.1 Discrétisation des équations différentielles

La discrétisation de l'équation du mouvement se fait à l'aide de l'algorithme de Verlet. Cet algorithme consiste à symétriser la dérivée par rapport au temps puis d'obtenir une expression de $x(t + dt)$ en fonction de $x(t)$ et $x(t - dt)$. Cette expression permet de simuler de proche en proche le comportement du système physique. La solution discrète se rapproche de la solution analytique si la valeur de dt est convenablement choisie. En dehors d'un certain encadrement de dt , la solution discrète s'éloigne de la solution analytique.

4.1.1 Discrétisation des dérivées

4.1.1.1 Dérivée symétrisée

Par définition, la dérivée symétrique est :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x(t + dt) - x(t - dt)}{2 dt}$$

On en déduit l'expression suivante de la dérivée seconde :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x(t + 2 dt) - x(t) - x(t) + x(t - 2 dt)}{4 dt^2}$$

Le changement de variable $dt' = 2 dt$ simplifie cette expression :

$$\frac{d^2x}{dt'^2} = \frac{x(t + dt) - 2x(t) + x(t - dt)}{dt'^2}$$

Une expression disymétrique de la vitesse peut être utilisée pour l'évaluation des forces de viscosité ainsi que pour le calcul de l'énergie cinétique avant le calcul de la nouvelle valeur de $x(t + dt)$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x(t + dt) - x(t)}{dt}$$

Après l'incrément, $\frac{dx}{dt} = \frac{x(t) - x(t - dt)}{dt}$

4.1.2 Discrétisation de la relation fondamentale de la dynamique

L'équation de la chaîne de pendules couplés (3.1.4) donne ici :

$$\frac{x(t + dt) - 2x(t) + x(t - dt)}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin x(t) - \frac{k}{m} \Delta x(t) - \frac{\beta}{ml} \frac{x(t) - x(t - dt)}{dt}$$

soit

$$x(t + dt) - 2x(t) + x(t - dt) = -\frac{g dt^2}{l} \sin x(t) - \frac{k dt^2}{m} \Delta x(t) - \frac{\beta dt}{ml} (x(t) - x(t - dt))$$

ou

$$x(t + dt) = 2x(t) - x(t - dt) - dt^2 \frac{g}{l} \sin x(t) - dt^2 \frac{k}{m} \Delta x(t) - dt \frac{\beta}{ml} (x(t) - x(t - dt))$$

avec

$$\Delta x(t) = (2x[i] - x[i - 1] - x[i + 1])$$

La force de rappel dû au fil de torsion entre les pendules est :

$$f_{torsion} = -kl\Delta x(t) = -kl(2x[i] - x[i - 1] - x[i + 1])$$

L'énergie potentielle entre les pendules n et n-1 est :

$$E_{couplage} = \frac{1}{2} kl^2(x[i] - x[i - 1])^2$$

La force de rappel dû à la gravitation est :

$$f_{gravitation} = -mg \sin x(t)$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la masse m est :

$$E_{pp} = mgl(1 - \cos x(t))$$

La linéarisation de cette dernière force aboutit à une force de rappel harmonique :

$$f_{ressort} = -mgx(t)$$

L'énergie potentielle correspondante est alors :

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mglx(t)^2$$

Enfin, l'énergie cinétique découle du travail de

$$ml \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

Et vaut

$$E_c = \frac{1}{2} ml \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 = \frac{ml}{2 dt^2} (x(t) - (x(t - dt)))$$

4.1.3 Variables réduites

Les variables réduites sont sans dimensions. Elles prennent en compte la discrétisation du temps. Le signe prend en compte le caractère « de rappel » des forces.

$$\text{alpha} = -\frac{\beta}{ml} dt$$

$$\text{gamma} = -\frac{g}{l} dt^2$$

$$\text{kapa} = -\frac{k}{m} dt^2$$

On a alors

$$\text{force}[i] = \text{gamma}.\sin x + \text{kapa}.\Delta x + \text{alpha}.(x(t) - x(t - dt))$$

et

$$x(t + dt) = 2x(t) - x(t - dt) + \text{force}[i]$$

Support : \mathbf{R}_i .

Point de vue : \mathbf{M} , i_M , \mathbf{j}_M , \mathbf{k}_M .

4.2.3 Classes

System : nouveau[N].

Chaîne : chaine[N], support[12], largeur, hauteur.

Point de vue : perspective, distance, psi, phi.

4.2.4 Projection

$$\text{System-Chaîne} : \mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} \text{largeur}/2N(i - N/2) \\ \text{hauteur} \cdot \sin \theta_i \\ \text{hauteur} \cdot \cos \theta_i \end{pmatrix}.$$

$$\text{Point de vue} : \vec{r} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cdot \sin \phi \\ \sin \psi \cdot \sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix}, \vec{\psi} = \text{largeur} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{\phi} = \text{hauteur} \cdot \begin{pmatrix} -\cos \psi \cdot \cos \phi \\ -\sin \psi \cdot \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}.$$

$$\text{Chaîne-Rendu} : \mathbf{g}_i = \begin{pmatrix} (\mathbf{r}_i - \mathbf{M}) \cdot \mathbf{k}_M + \text{hauteur}/2 \\ (\mathbf{r}_i - \mathbf{M}) \cdot \mathbf{j}_M + \text{largeur}/2 \end{pmatrix}.$$

Chapitre 5

Développement

Ce chapitre traite de la structure et du développement des programmes de simulation.

5.1 Langage et bibliothèques

5.1.1 C et SDL2

SiCP2 écrit en C [3] [6] et utilise la bibliothèque SDL2. L'utilisation de la bibliothèque SDL permet la réalisation de l'interface graphique et dynamique avec l'utilisateur.

5.2 Modèle Vue Contrôleur

5.2.1 Les répertoires du code source

- `donnees` : Inclusion des bibliothèques, constantes et valeurs initiales du système et du graphisme
- `fonctions` : Outils mathématique. Fonctions et projection du système
- `modele` : Système simulé.
- `graphisme` : Représentation graphique et affichage
- `controle` : Liaison entre le système et l'interface graphique
- `objet` : Répertoire pour la compilation

5.2.2 Le modèle

Le système est un ensemble de pendules couplés

5.2.3 La vue

Construit une représentation graphique du système et affiche celle-ci.

5.2.4 Le contrôleur

Exécute alternativement la vue et le modèle. Exécute les actions du clavier.

Annexe A

Première version des simulateurs

A.1 Historique

La première version des simulateurs utilisait la librairie SDL 1.2. Cette librairie a évolué vers la version SDL2. Les programmes décrits dans cette documentation ont donc évolué vers une version 2 utilisant la nouvelle librairie. Les versions 1.x des simulateurs sont donc vouées à ne plus être maintenues. Aujourd'hui, les versions 2 des simulateurs disposent d'une interface graphique plus conviviale avec une interaction avec la souris. La commande des simulateurs à l'aide du clavier reste fonctionnelle et est décrite dans l'annexe suivante.

Bibliographie

- [1] Cyrille Barreteau. Équation de sine-gordon, solitons et dislocations. <http://iramis.cea.fr/spsi/cbarreteau/methodes_mathematiques/documents/tut5_2005_2eme.pdf>, 2006. [Last modified : jeudi 12 janvier 2006] 3.1.4.
- [2] R. Belmont. Équation et solitons de sine-gordon. <<http://userpages.irap.omp.eu/~rbelmont/mypage/numerique/SineGordon.pdf>>, 2014. [Last modified : mercredi 24 septembre 2014] 3.2.1.
- [3] Claude Delannoy. *Le guide complet du langage C*. Eyrolles, 2014. [ISBN : 978-2-212-14012-5] ??.
- [4] Polytechnique ENS. Propagation d'ondes le long d'une chaîne de pendules couplés. <https://banques-ecoles.fr/cms/wp-content/uploads/2015/04/15_mp_sujet_phy.pdf>, 2015. [Last modified : jeudi 22 janvier 2015] 3.1.
- [5] Françoise Lachize. Propagation d'ondes le long d'une chaîne de pendules couplés. <<http://flachize.e-monsite.com/medias/files/x-ens-mp-2015.-corrige.pdf>>, 2016. [Last modified : samedi 2 janvier 2016] 3.1.
- [6] Tony Zhang. *Le langage C*. campusPress, 2002. [ISBN : 2-7440-1518-0] ??.